

# 重庆大学

## 学生实验报告

实验课程名称 数学实验

开课实验室 DS1422

学 院 自动化 年级 08级 专业班 自动化4班

学 生 姓 名 熊舒勇 学 号 20085306

开 课 时 间 2009 至 2010 学年第 2 学期

总 成 绩	
教师签名	

数理学院制

实验室： DS1422

实验时间： 2010 年 04 月 7 日

课程名称	数学实验	实验项目名称	种群数量的状态转移——微分方程	实验项目类型				
				验证	演示	综合	设计	其他
指导教师	肖剑	成绩						

**实验目的：**

- [1] 归纳和学习求解常微分方程(组)的基本原理和方法；
- [2] 掌握解析、数值解法，并学会用图形观察解的形态和进行解的定性分析；
- [3] 熟悉 MATLAB 软件关于微分方程求解的各种命令；
- [4] 通过范例学习建立微分方程方面的数学模型以及求解全过程；

通过该实验的学习，使学生掌握微分方程(组)求解方法（解析法、欧拉法、梯度法、改进欧拉法等），对常微分方程的数值解法有一个初步了解，同时学会使用 MATLAB 软件求解微分方程的基本命令，学会建立微分方程方面的数学模型。这对于学生深入理解微分、积分的数学概念，掌握数学的分析思维方法，熟悉处理大量的工程计算问题的方法是十分必要的。

**基础实验**

**一、实验内容**

1. 求微分方程的解析解，并画出它们的图形，

$$y' = y + 2x, \quad y(0) = 1, \quad 0 < x < 1;$$

$$y'' + y \cos(x) = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0;$$

2. 用向前欧拉公式和改进的欧拉公式求方程  $y' = y - 2x/y, \quad y(0) = 1 \quad (0 \leq x \leq 1, h = 0.1)$  的数值解，要求编写程序，并比较两种方法的计算结果，说明了什么问题？

$$\begin{cases} x' = -y - z \\ y' = x + ay \\ z' = b + z(x - c) \end{cases}$$

3. Rossler 微分方程组：

当固定参数  $b=2, c=4$  时，试讨论随参数  $a$  由小到大变化（如  $a \in (0, 0.65)$ ）而方程解的变化情况，并且画出空间曲线图形，观察空间曲线是否形成混沌状？

4. Apollo 卫星的运动轨迹的绘制

$$\ddot{x} = 2\dot{y} + x - \frac{\mu_1(x + \mu)}{r_1^3} - \frac{\mu(x - \mu_1)}{r_2^3},$$

$$\ddot{y} = -2\dot{x} + y - \frac{\mu_1 y}{r_1^3} - \frac{\mu y}{r_2^3},$$

$$\mu = 1/82.45, \quad \mu_1 = 1 - \mu,$$

$$r_1 = \sqrt{(x + \mu)^2 + y^2}, \quad r_2 = \sqrt{(x - \mu_1)^2 + y^2}$$

$$x(0) = 1.2, \dot{x}(0) = 0, y(0) = 0, \dot{y}(0) = -1.04935751$$

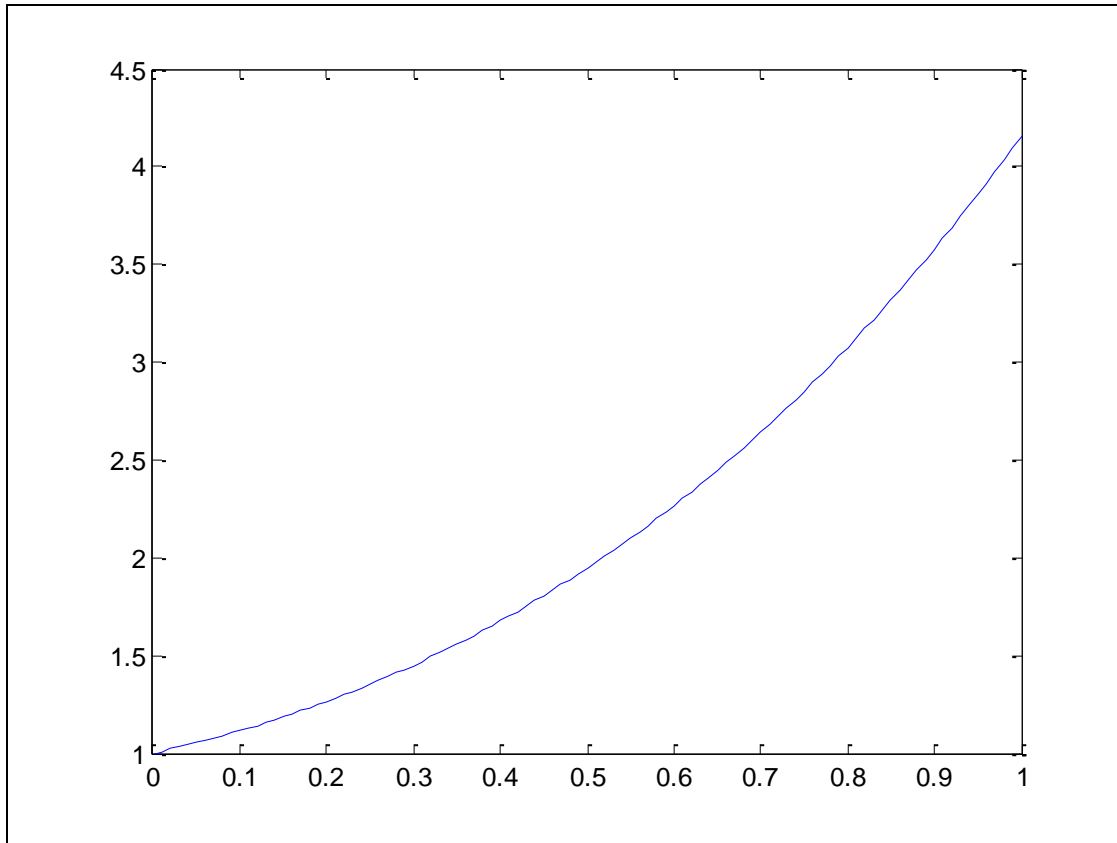
## 二、实验过程

1、(1) `>> y=dsolve('Dy-y-2*x=0','y(0)=1','x')`

`y =`

`3*exp(x) - 2*x - 2`

`>> x=0:0.01:1;y=3*exp(x)-2*x-2;plot(x,y)`

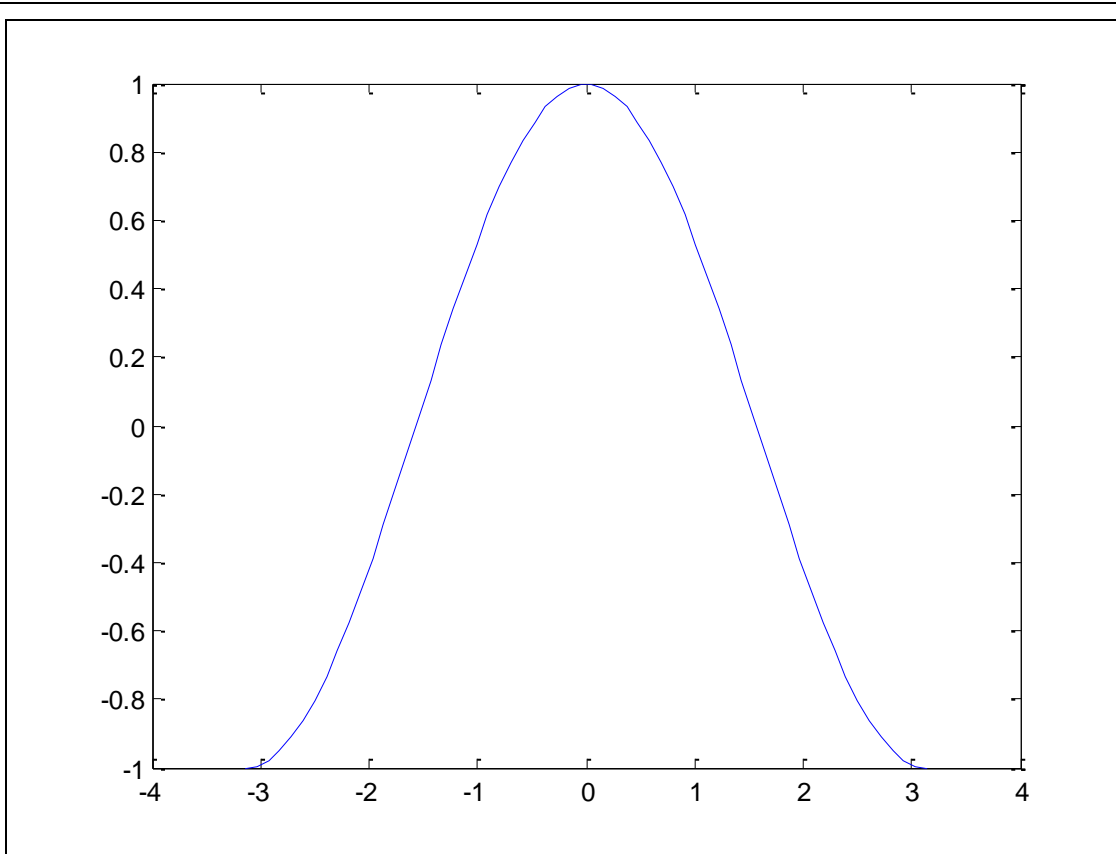


(2) `>> y=dsolve('D2y+y=0','y(0)=1','Dy(0)=0','x')`

`y =`

`cos(x)`

`>> x=linspace(-pi,pi,60);y=cos(x);plot(x,y)`



2、(1) 向前欧拉公式:

M-文件如下:

```
clear;
x1(1)=0;y1(1)=1;h=0.1;
for i=1:10
    x1(i+1)=x1(i)+h;
    y1(i+1)=y1(i)+h*(y1(i)-2*x1(i)/y1(i));
end
x1,y1
plot(x1,y1,'r-*');
```

得出结果:

```
x1 =
Columns 1 through 7
    0    0.1000    0.2000    0.3000    0.4000    0.5000    0.6000
Columns 8 through 11
    0.7000    0.8000    0.9000    1.0000
y1 =
Columns 1 through 7
    1.0000    1.1000    1.1918    1.2774    1.3582    1.4351    1.5090
Columns 8 through 11
    1.5803    1.6498    1.7178    1.7848
```

(2) 改进欧拉公式:

M-文件如下:

```
clear;
```

```

x2(1)=0;y2(1)=1;h=0.1;
for i=1:10
    x2(i+1)=x2(i)+h;
    k(i)=y2(i)-2*x2(i)/y2(i);
    k(i+1)=y2(i)+h*k(i)-2*x2(i+1)/(y2(i)+h*k(i));
    y2(i+1)=y2(i)+h/2*(k(i)+k(i+1));
end
x2,y2
hold on,plot(x2,y2,'b-o');

```

得出结果:

x2 =

Columns 1 through 7

0	0.1000	0.2000	0.3000	0.4000	0.5000	0.6000
---	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Columns 8 through 11

0.7000	0.8000	0.9000	1.0000
--------	--------	--------	--------

y2 =

Columns 1 through 7

1.0000	1.0959	1.1841	1.2662	1.3434	1.4164	1.4860
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

Columns 8 through 11

1.5525	1.6165	1.6782	1.7379
--------	--------	--------	--------

(3) 输入 MATLAB 语句求准确解:

```
>> y=dsolve('Dy-y+2*x/y=0','y(0)=1','x')
```

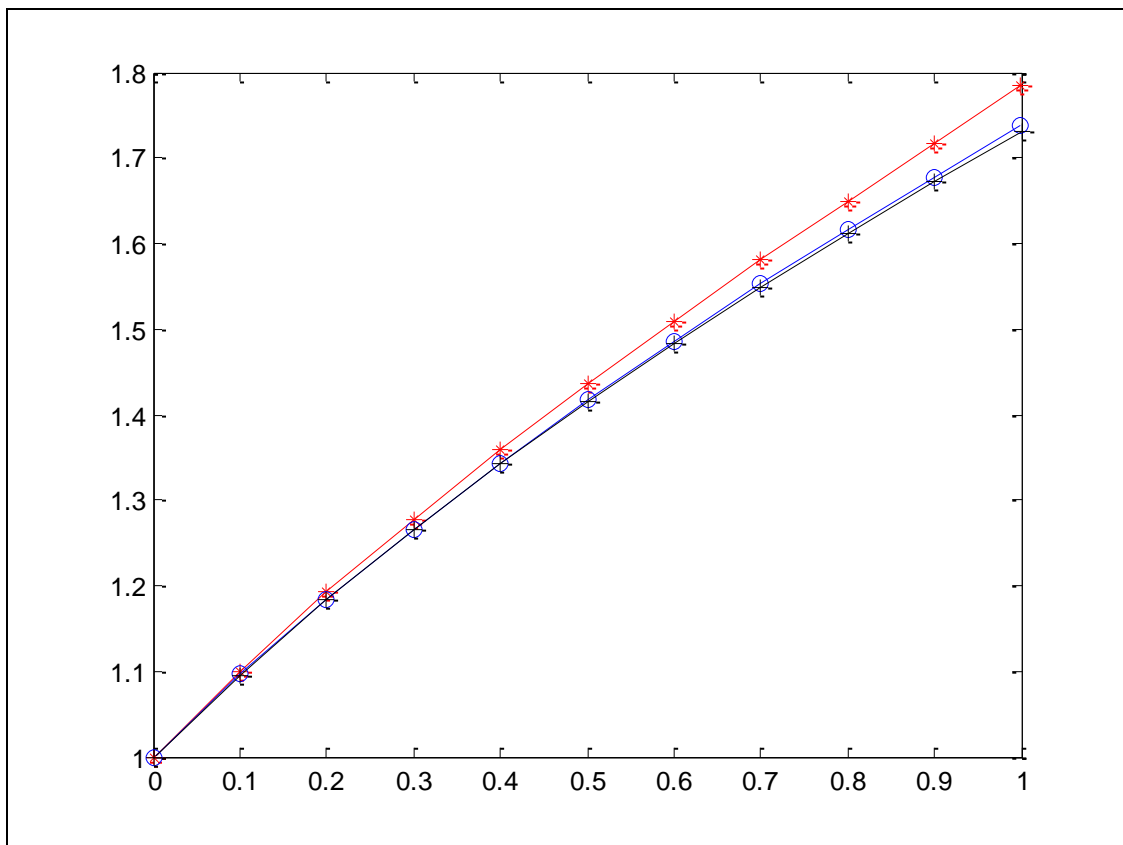
y =

```
exp(2*x)*(1/exp(4*x) + (2*x)/exp(4*x))^(1/2)
```

(4) 根据图形比较两种方法的计算结果, 输入语句

```
>> hold on,x=0:0.1:1;plot(x,eval(y),'k-+');
```

得图形如下:



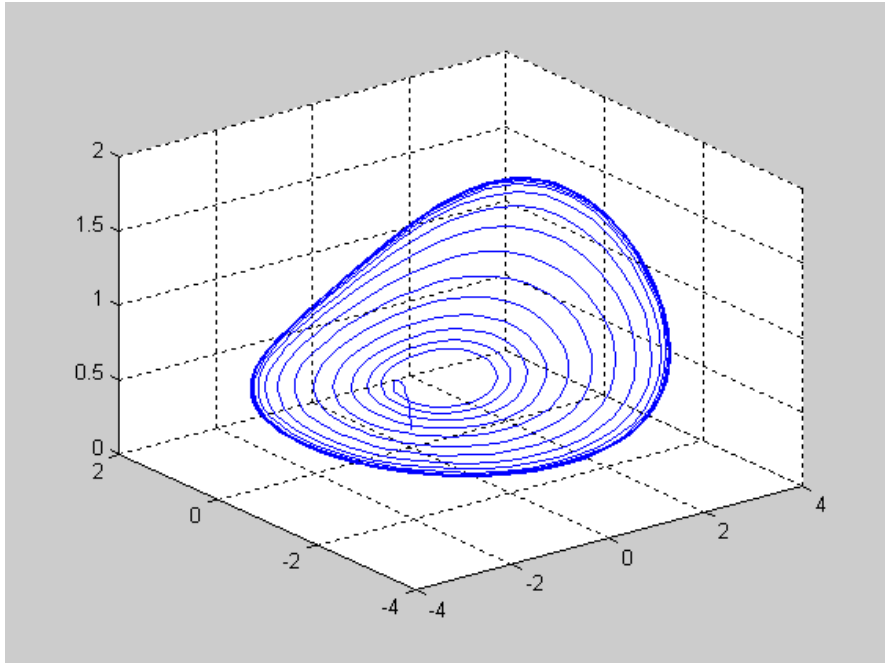
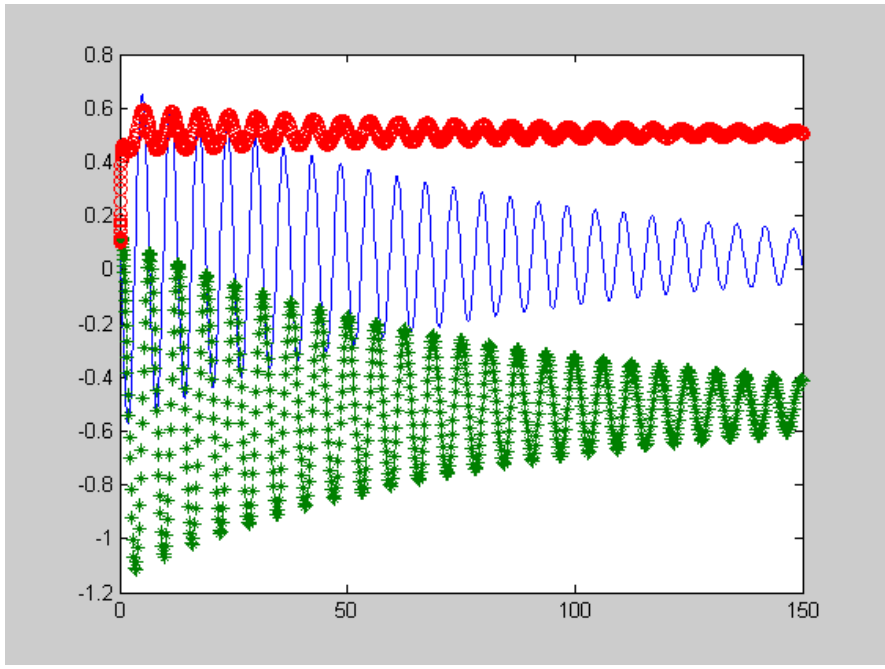
由此看出，改进欧拉公式的计算精度比向前欧拉公式要高。

### 3、建立 M-文件：

```
function xdot=fShiYan3_3(t,x)
xdot=[-x(2)-x(3);x(1)+0.1*x(2);2+x(3)*(x(1)-4)];
```

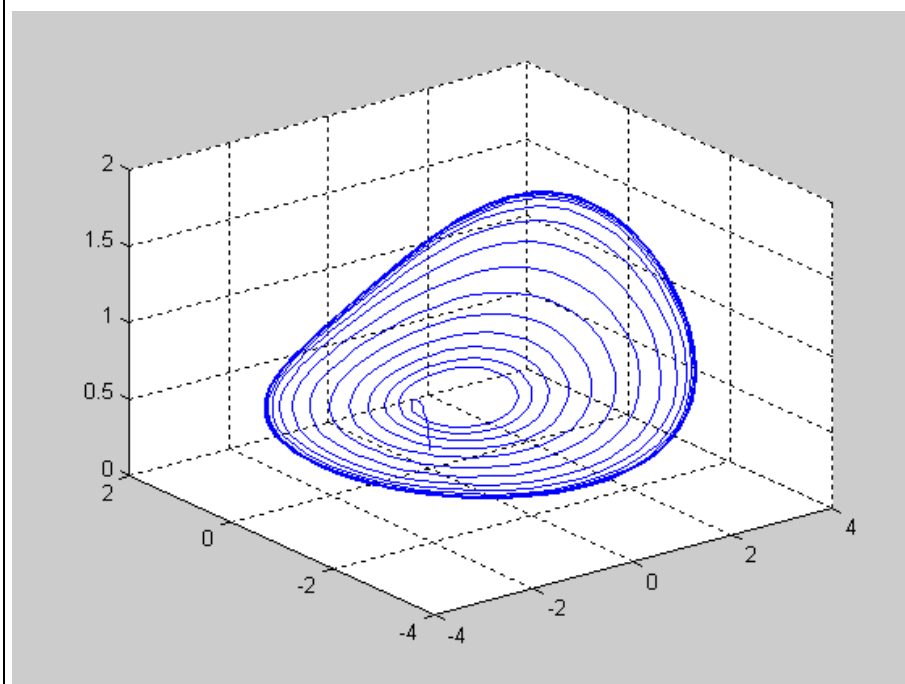
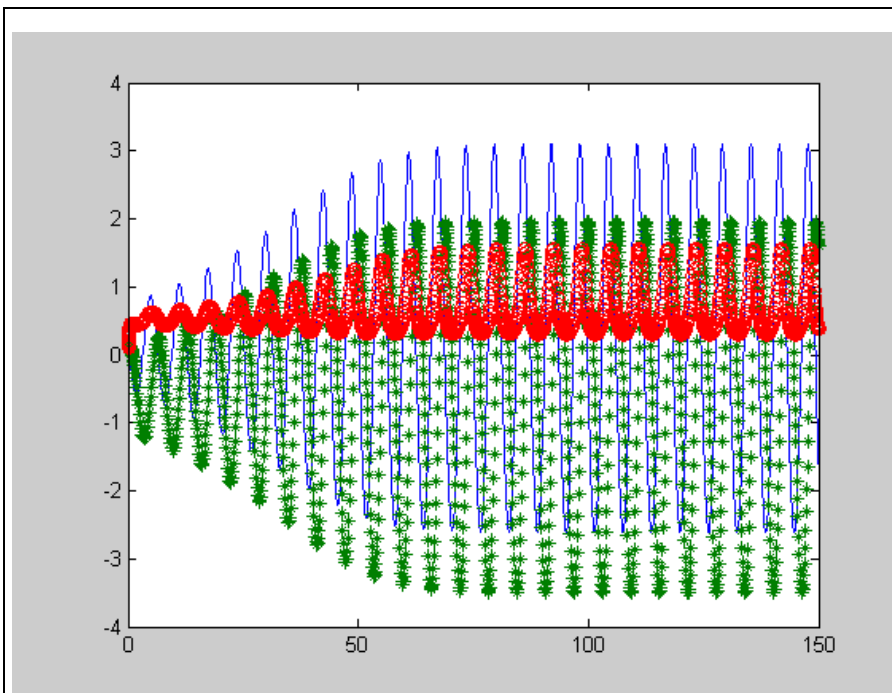
然后输入以下程序：

```
clear
x0=[0.1 0.1 0.1];
[t,x]=ode45('fShiYan3_3_1',[0,150],x0);
plot(t,x(:,1),'-',t,x(:,2),'*',t,x(:,3),'o')
n=size(x,1);figure(2),
plot3(x(:,1),x(:,2),x(:,3),'.'),
grid on
```



当  $t \rightarrow \infty$  时,  $(x, y, z)$  收敛到这些环线的中心。

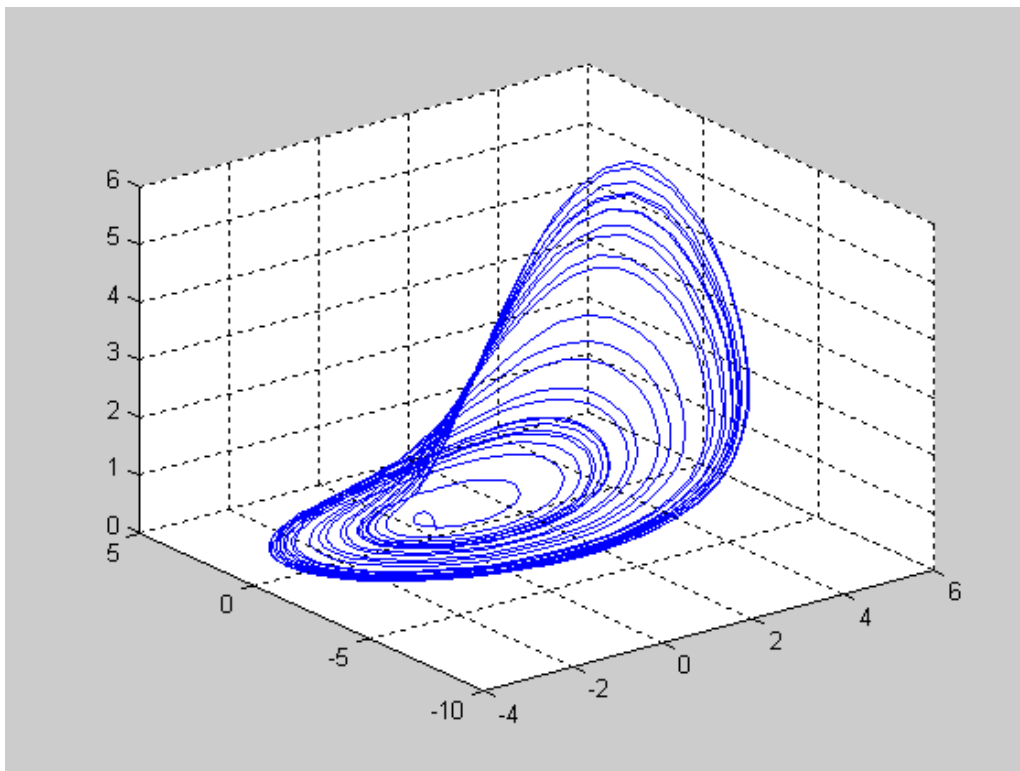
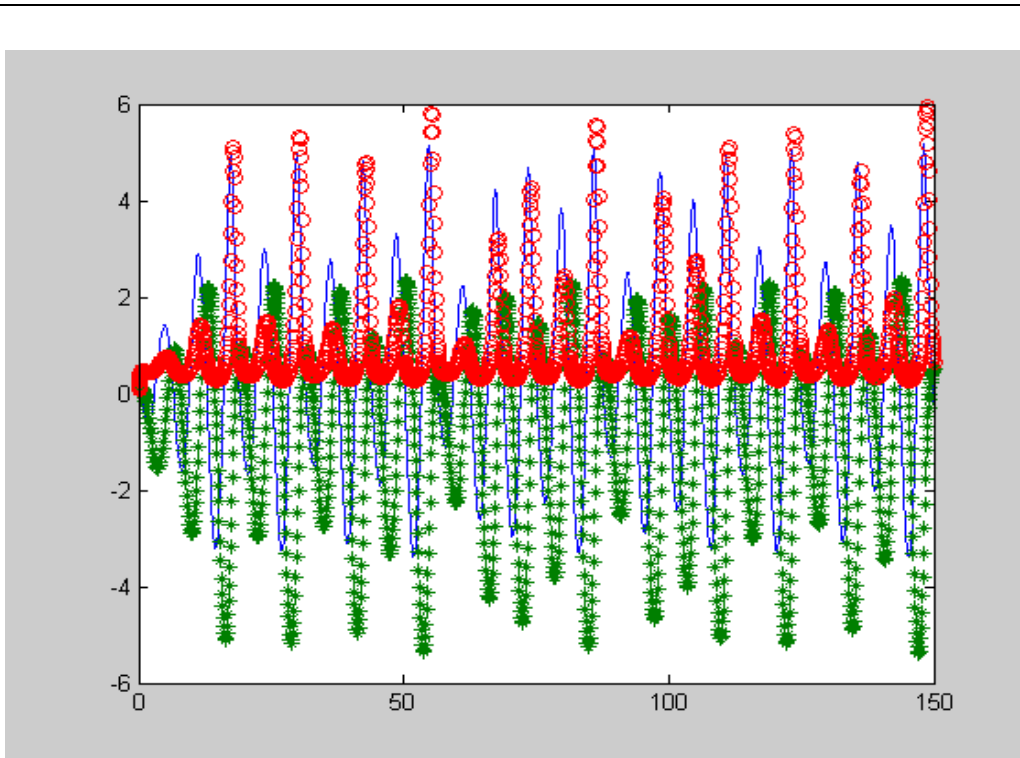
$a = 0.2$  的情



当  $t \rightarrow \infty$  时, 相轨线的极限状态, 极限环

$a=0.4$  时





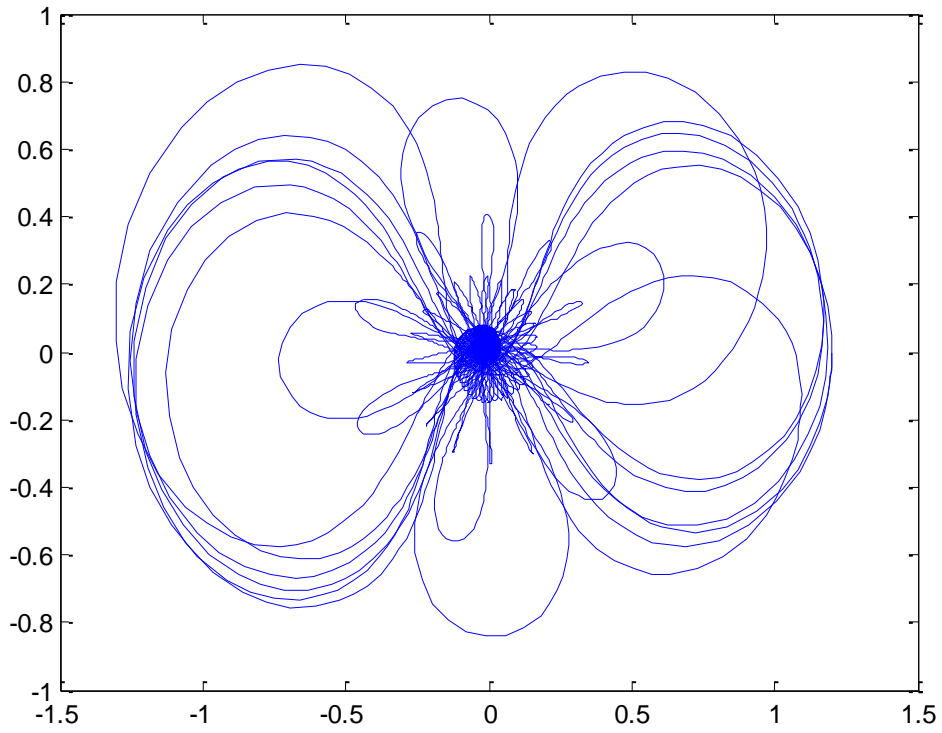
当  $t \rightarrow \infty$  时, 相轨线的无穷多极限环, 出现混沌状。

4、根据题意编写 M-文件如下:

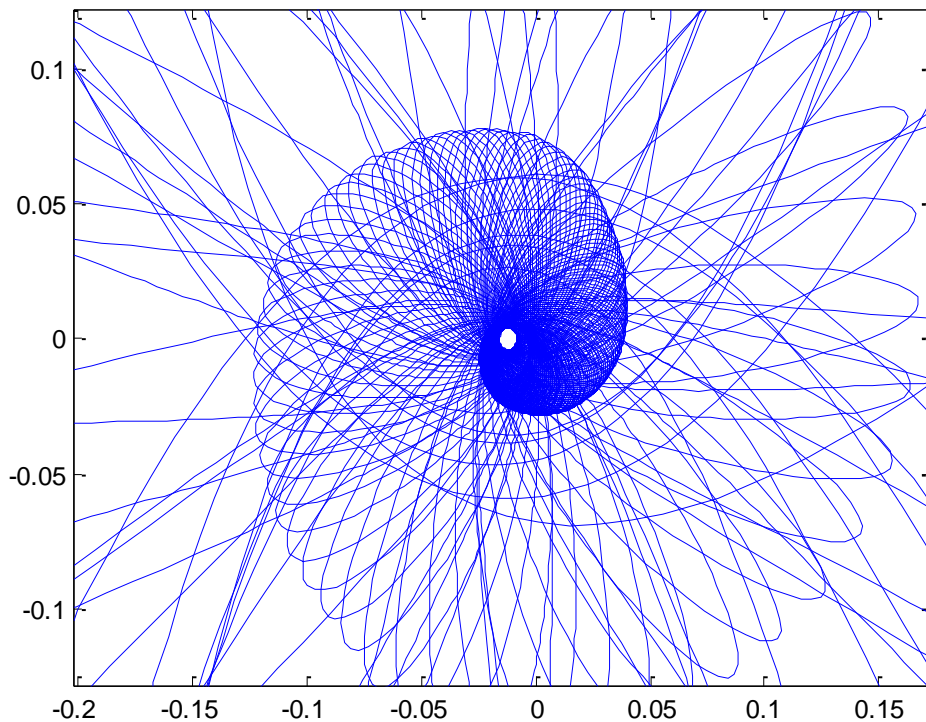
```
function xy=f2(t,x)
u=1/82.45;u1=1-1/82.45;
xy=[x(2);2*x(4)+x(1)-u1*(x(1)+u)/((x(1)+u)^2+x(3)^2)^1.5-u*(x(1)-u1)/((x(1)-u1)^2+x(3)^2)^1.5;
```

```
x(4);-2*x(2)+x(3)-u1*x(3)/((x(1)+u)^2+x(3)^2)^1.5-u*x(3)/((x(1)-u1)^2+x(3)^2)^1.5];  
[t,x]=ode45('f2',[0,64],[1.2,0,0,-1.04935751]);  
x1=x(:,1);  
y1=x(:,3);  
plot(x1,y1);
```

结果为:



放大后:



轨迹回环螺旋向里

## 应用实验（或综合实验）

### 7. 两种生物种群竞争模型

#### 一、实验内容（略）

#### 二、问题分析

生物间的竞争的相关因素很多，题目中已经说明其服从 Logistic 规律，且是相似的群体，在给定的条件中作如下初始值的假设： $x_1=50$ ， $x_2=50$ ； $r_1=1$ ， $r_2=1$ ； $n_1=500$ ， $n_2=500$ ； $m_1=5$ ， $m_2=10$ 。

对第 4) 在任何时刻有如下关系成立：

$$\frac{dx_1}{dt} = r_1 * x_1 (1 - (x_1 + m_2) / n_1)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = r_2 * x_2 (1 - (x_2 + m_1) / n_2)$$

#### 三、数学模型的建立与求解（一般应包括模型、求解步骤或思路，程序放在后面的附录中）

1: 由题可得，用 MATLAB 的命令语言：得一个 M 文件（f.m）

```
function f1=f(t,x)
```

```
m=[10 20];n=[500 1000];r=[1 1];
```

```
f1=[r(1)*x(1)*(1-(x(1)+m(2))/n(1));r(2)*x(2)*(1-(x(2)+m(1))/n(2))];
```

由题可得，用 MATLAB 建立命令语言如下：

```
x0=[50 50];  
t0=[0 20];  
[t x]=ode45('f',t0,x0);  
plot(t,x(:,1),'r',t,x(:,2),'b');xlabel('t');ylabel('n');  
title('数量 n 与时间 t 的关系');
```

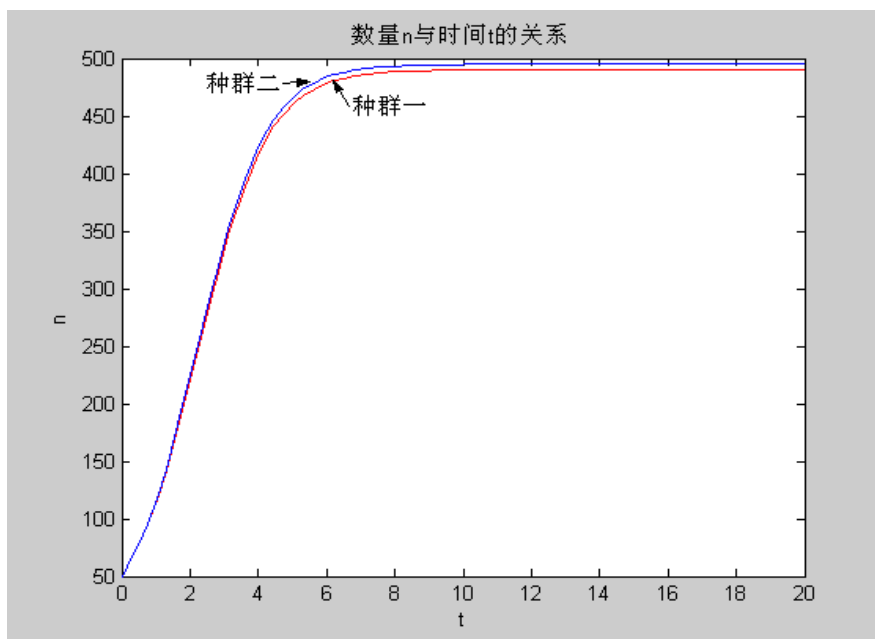
作出 n-t 图后，输入以下命令语言：

```
plot(x(:,1),x(:,2));xlabel('种群一数量');ylabel('种群二数量');  
title('相图');
```

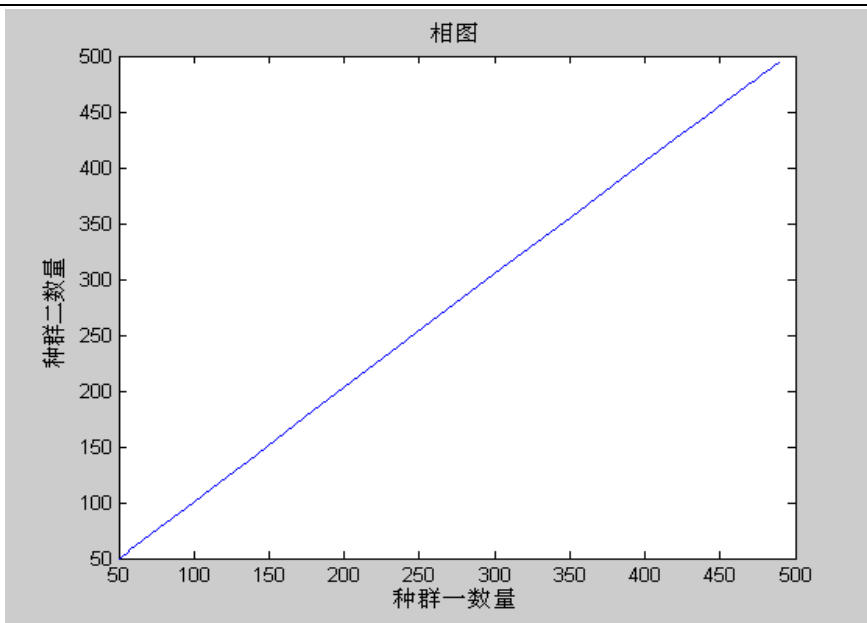
即可得相图。

**程序运行结果如下：**

数量与时间关系如下：



其中相图如下：：



由 n-t 图可以知道，种群一和种群二的数量都会随着时间的增大而增大，当到达时间 5 时都基本到达最大值，及环境允许的最大值。种群一到达 500，种群二到达 1000。但是种群二的增长过程明显比种群一快，说明如果在环境一定的情况下，种群二的发展比较占优势。

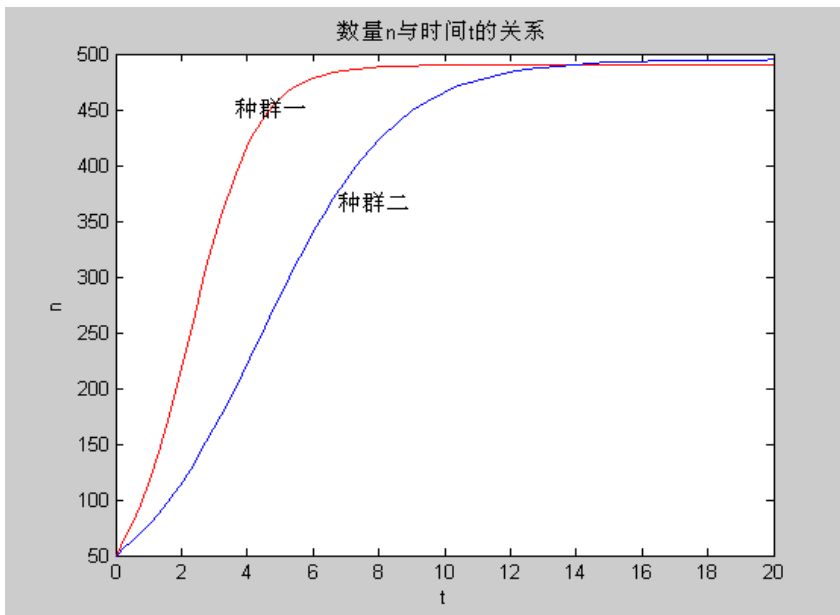
由相图可知，两种群成线性关系。

2: 对于改变参数的过程如下:

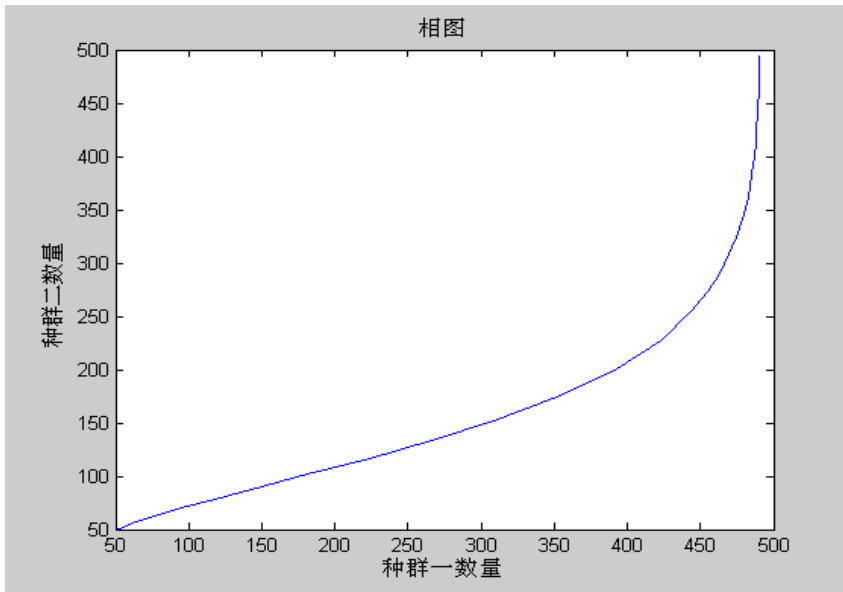
1): 改变  $r_1$ ,  $r_2$ , 对 f.m 中的  $r_1$  和  $r_2$  进行修改使  $r_1=1$ ,  $r_2=0.5$ 。

则运行结果如下:

数量与时间关系如下:

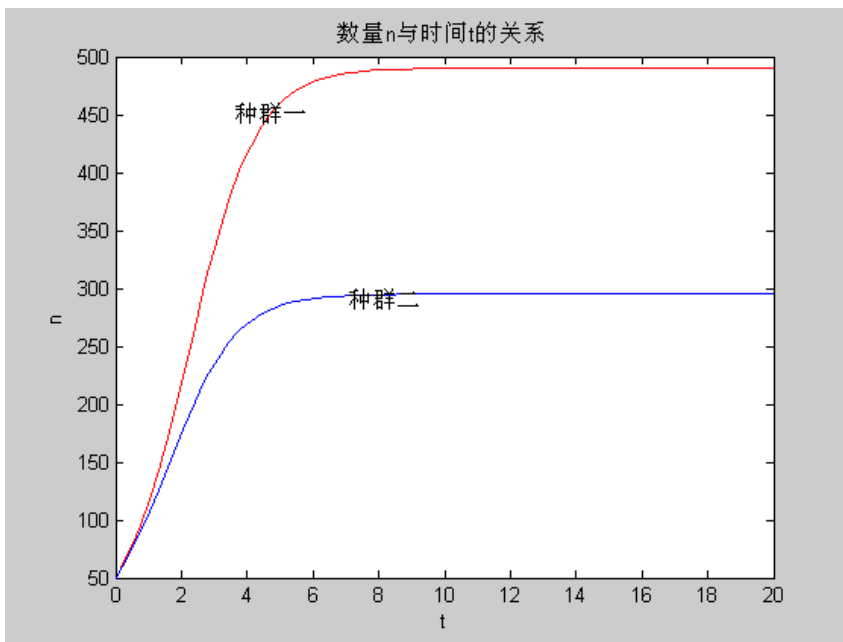


相图结果如下:

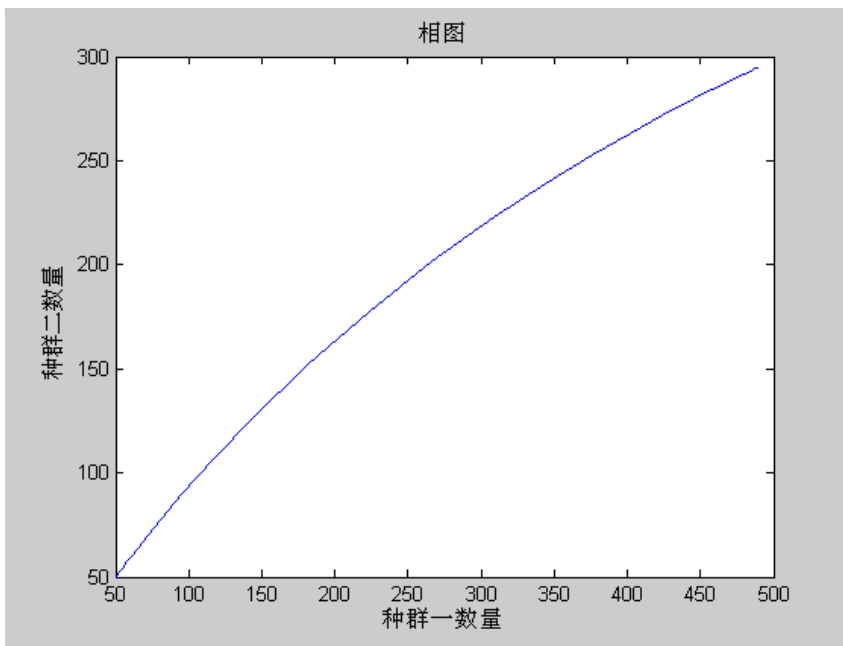


由图可知种群一的增长将很快达到饱和，比种群二加快了 6 个时间单位。两种群在一定时间后都将达到饱和，及环境允许的最大量。由相图可知两者的关系满足非线性关系。

2): 改变  $n_1$ ,  $n_2$ , 对  $f.m$  中  $n_1$  和  $n_2$  进行修改使  $n_1=500$ ,  $n_2=300$ ; 则运行结果如下: 数量与时间关系如下:



相图结果如下:



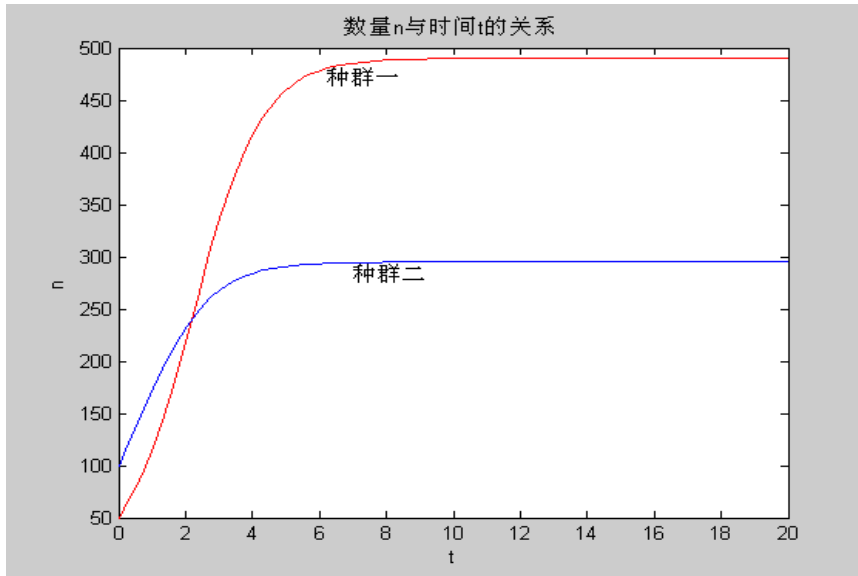
由运行结果可知当环境的最大允许量第一种群较大时，它们的发展受对方的一定影响，种群二稍微比种群一先 1 个时间单位到饱和。

由相图可知，种群二与种群一的关系成抛物线状。

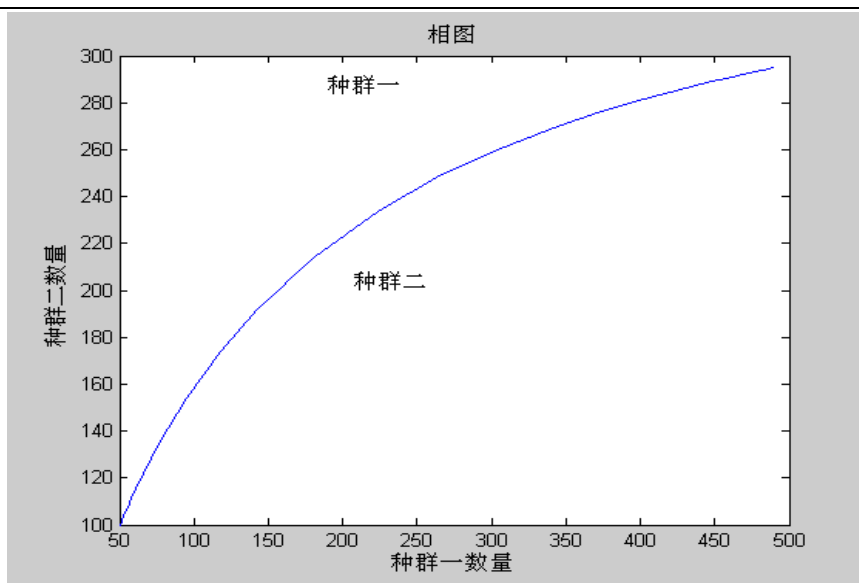
3): 改变  $x_0, y_0$  时使  $x_0=50, y_0=100$  时;

运行结果如下:

数量与时间关系如下:



相图结果如下:



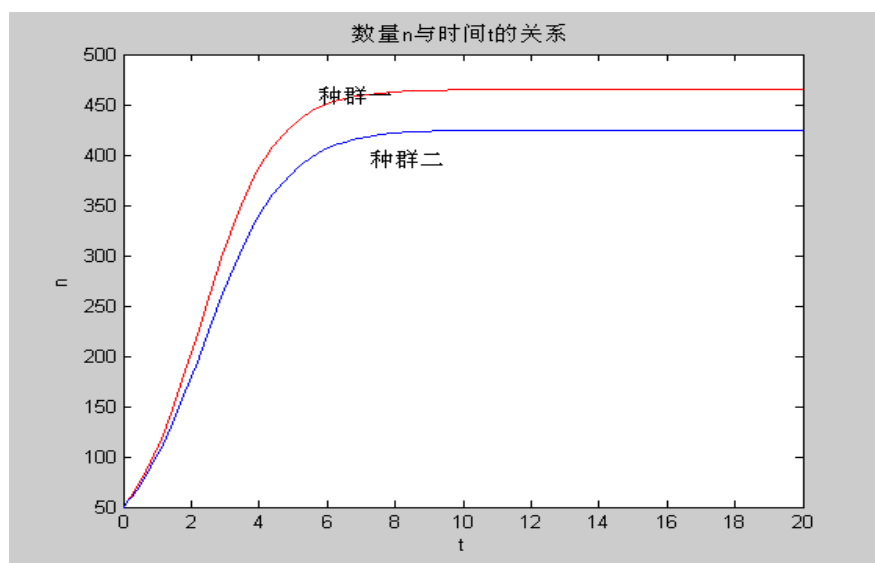
有运行结果可知,当第二种群的开始数量改变时,种群二较种群一而言会稍微先到达饱和状态,而最后的饱和状态基本不会改变。即总的趋势任然不会有大的变化。

有相图可知,两者的相互数量关系为抛物线关系。

4) 改变使  $\alpha_1=1.5$ ,  $\alpha_2=0.7$ ; 则  $m$  的初始值为  $m_1'=75$ ,  $m_2'=35$ , 在  $f.m$  中作相应修改;

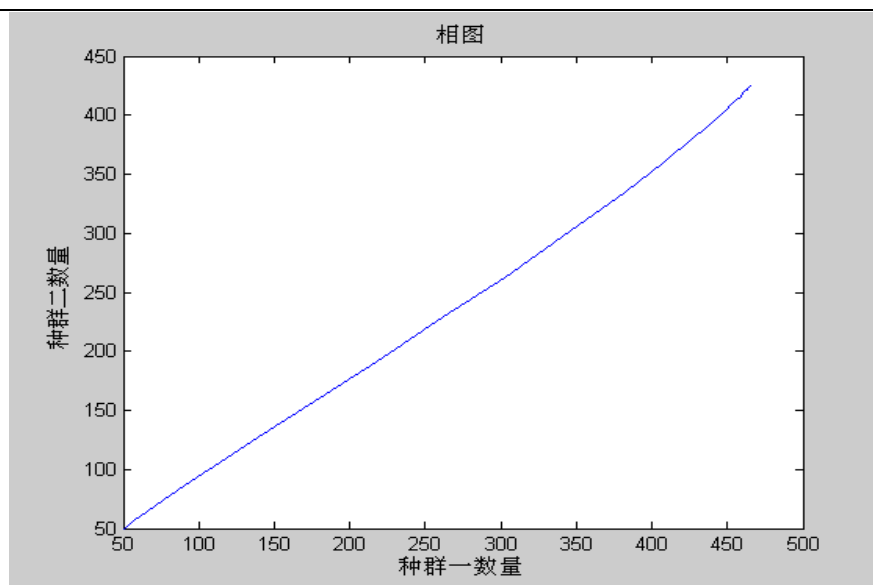
**则运行结果如下:**

数量与时间关系如下:



相图结果如下:





由图可知，当  $\alpha$ 、 $\beta$  改变时，种群一和种群二都受到抑制，但种群一明显的更能适应环境，种群二更有竞争力。

此时两种群的关系是基本呈线性。

## 总结与体会

本次实验的基础实验花了很多的时间，因为 3、4 两题较难分析。究其原因，还是对微分方程求解不够熟悉。另外，综合实验答案不够规范，也会影响将来论文的写作。决定在课余时间花更多的时间在选练上，否则是绝对参加不了全国比赛的。

教师签名

年 月 日

备注：

- 1、同一章的实验作为一个实验项目，每个实验做完后提交电子稿到服务器的“**全校任选课数学实验作业提交**”文件夹，文件名为“学院学号姓名实验几”，如“机械 20073159 张新实验一”。
- 2、提交的纸质稿要求**双面打印**，中途提交批改不需要封面，但最后一次需将该课程所有实验项目内页与封面一起装订成册提交。
- 3、综合实验要求 3 人合作完成，请在实验报告上注明合作者的姓名。